# 非対称情報と経済行動：図解

小　平　　裕



## 1.　はじめに

本稿の目的は，非対称情報の基本的枠組みである道徳的危険と逆選択の場合について，経済主体に正の誘因を与えるような契約をいかにして設計するかという問題を，図解によって考察することである。

厚生経済学の基本命題では，市場に参加する全員が全ての商品のあらゆる特性を観察できることが暗黙裡に仮定されている。この前提なしには，異なる特性を持つ財について個別の市場は存在せず，したがって完備市場の仮定は成立し得ない。しかし，次の３つの例が示すように，この種の情報は市場参加者達により私的情報として非対称的に保有されることが現実には多い。

(i)　企業が労働者を雇用する場合。その労働者の（先天的）能力について，企業よりも労働者本人が良く知っている (Spence (1973))。

(ii)　自動車保険の場合。保険加入者の運転技術，したがって事故率について，保険会社よりも加入者本人が良く知っている (Rothschild and Stigilitz

(1976))。

(iii)　中古車市場の場合。取り引きされる車の品質について，売り手は買い手よりも良く知っている (Akerlof (1970))。

非対称情報が存在する場合には，市場においてどのような均衡が成立するのであろうか。また，それは Pareto 効率になるのであろうか。もし Pareto 効率にならないとしたら，望ましい取り引きの形態はどのようなものになるのであろうか。これらの問題は，情報の経済学において分析されてきた。情報が非対称である場合の経済活動の特性を明らかにして，望ましい行動ルールを模索する情報の経済学は，新古典派経済学を補完する組織・制度の経済分析として不可欠な分析用具として，一般均衡理論およびゲーム理論と並んで，ミクロ経済学の分析道具として定着しつつある。前稿（小平 (2008)）では情報の経済学の成果を証明なしに整理して直観的な説明を与えたが，本稿ではこれらの成果を図解によって説明する。

以上の問題を統一的に分析するための理論的枠組みは，プリンシパル・エージェント・モデルと呼ばれる。これは，プリンシパル（依頼人）と呼ばれる一方の当事者が，ある経済活動を実行するために，もう一方の当事者であるエージェント（代理人）にその活動を依頼する状況を表現している。この状況設定においてもっとも重要な特徴は，エージェント側が情報面において優位に立っていることである。取り引きを行う一方の当事者が持っている情報を，もう一方の当事者が持っていない状況を，非対称情報が存在するという。

この状況は，時間の流れに沿って，

(1)　プリンシパルがエージェントに対して契約を提示する。

(2)　エージェントはその契約を受諾するかどうかを決定する。エージェントが契約を拒否すれば，話はそれで終わる。

(3)　もし受諾する場合には，エージェントは自ら努力水準 $e$ を選択する。

(4)　結果 $x$ が生じる。

(5)　プリンシパルはその結果に応じて，エージェントに報酬 $w$ を支払う。

と記述される。ここで，契約とは将来生じうるあらゆる状況に対応した報酬体系を意味する。これは当事者同士の間で義務とされるべきものであり，したがってそれが意味を持つためには，裁判所のような第三者が契約内容が適正に履行されているかを立証できなければならない。よって契約の条項は，立証可能な変数に依存していることが求められる。さもなければ，契約違反があったときに，当事者同士が争ったとしても，それを解決する手段がなくなってしまうからである。

## 2.　道徳的危険

本節では，プリンシパルが１人，エージェントが１人いる状況について，道徳的危険の問題を取り上げる。ここでは，危険負担と誘因の対立が重要な視点になる。

### 2.1　対称情報モデル

差し当たり，努力水準は立証可能であると仮定して，最適契約のあり方を検討することから始める。努力水準が立証可能であるという想定は多くの応用例において非現実的であるが，本稿の目的は，努力水準が立証可能であることから生じる情報の非対称性によって，どのような問題が生じるのかを検討することであり，比較のために情報に非対称性が存在しない場合の最適契約を検討する必要がある。

結果（生産量）$x \in \mathrm{R}$ が有限個である状況を考え，結果の集合を $X = \{x_1, ..., x_n\}$ と表す。ただし，$n$ は可能な結果の数である。努力水準を $e \in \mathrm{R}_+$ で表し，ある努力水準 $e$ の下で結果 $x_i$ $(i = 1, ..., n)$ が発生する確率を，

(2.1)　　$p_i(e) = \mathrm{Prob}(x = x_i | e) \qquad i = 1, ..., n$

と表すことにする。この確率分布は，プリンシパルおよびエージェントに共通の情報であるとする。分析を容易にするために，以下の仮定をおく。

(2.2) $$p_i(e) > 0 \qquad \forall i, e$$

価格を1に正規化していれば，$x$ は収入になるので，プリンシパルの受け取る利潤（残余の所得）は $x - w$ と表される。ただし，$w$ はエージェントに支払われる報酬である。ここで，プリンシパルの効用はプリンシパルが受け取る利潤にのみ依存して決まり，エージェントが選択する努力水準には依存しないものと仮定する。このとき，プリンシパルの効用関数は，

(2.3) $$v(x - w)$$

と表される。また，プリンシパルは危険中立的ないしは危険回避的である（危険愛好的ではない）と仮定すると，

(2.4) $$v' > 0,\ v'' \leq 0$$

が成り立つ。

他方，エージェントの効用はエージェントが受け取る報酬 $w$ とエージェントの努力水準 $e$ に依存して決まり，努力水準 $e$ を選択した後に生じる結果 $x$ からは独立であると仮定する。また，エージェントの危険に対する態度は努力水準から独立であると仮定すると，エージェントの効用関数は報酬に依存する部分と努力水準に依存する部分に分離した形

(2.5) $$U(w, e) = u(w) - c(e)$$

で表される。ここで，報酬に依存する効用（(2.5) の右辺第1項）について，エージェントは危険中立的ないしは危険回避的である（危険愛好的ではない）と仮定すると，

(2.6) $u' > 0,\ u'' \leq 0$

が成り立つ。また，努力水準に依存する効用（同第２項）は努力費用 $c(e)$ の負値で表されるものとし，その努力費用は増加的かつ逓増的であると仮定する。このとき，

(2.7) $c' > 0,\ c'' \geq 0$

が成り立つ。契約が成立しなかった場合にエージェントが外部の機会で獲得できる効用水準を，エージェントの留保効用と呼び，$\overline{u}$ と書くことにする。

　分析の単純化のために，契約はプリンシパルによって提示され，エージェントはそれを修正することはできず，受諾するか拒絶するしかない状況を考える。ここでは，情報に非対称性が存在しない場合を想定しているので，努力水準 $e$ も立証可能になるから，生じた結果 $x_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ に応じて報酬 $w(x_i)$ を規定することができる。したがって，契約は $[e, \{w(x_i)\}_{i=1,\ldots,n}]$ と表される。

　次に，最適契約，すなわちプリンシパルの効用を最大にする契約について考えよう。先ず，契約が成立するためには，すなわちプリンシパルが提案した契約がエージェントによって受諾されるためには，その契約はエージェントに最低限，留保効用 $\overline{u}$ を保証するものでなければならない。これは参加制約 (PC) と呼ばれる。ここで，エージェントが努力水準 $e$ を選択した後，結果 $x_i$ が生じて報酬 $w(x_i)$ を受け取るとしよう。このときのエージェントの効用は $u(w(x_i)) - c(e)$ であり，そのような状況が生じる確率は $p_i(e)$ であるので，エージェントの期待効用は $\sum_{i=1}^{n} p_i(e)u\left(w(x_i)\right) - c(e)$ と表されるので，契約が満たすべき参加制約 (PC) は，

$$(2.8) \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u\left(w(x_i)\right) - c(e) \geq \overline{u}$$

と書くことができる。よって，最適契約は (2.8) を制約とする最大化問題の解として求められる。

$$(2.9) \qquad \max_{[e,\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n}]} \sum_{i=1}^{n} p_i(e)v\left(x_i - w(x_i)\right)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u\left(w(x_i)\right) - c(e) \geq \overline{u} \qquad \text{(PC)}$$

Pareto 効率な報酬体系 $w_i = w(x_i)$ を導出しよう。最初に，努力水準 $e$ が固定されている場合を検討する。この場合には，(2.4)，(2.6)，(2.7) より，問題 (2.9) の目的関数も制約式も報酬体系 $w(x_i)$ の凹関数になるので，最適解の必要十分条件は Kuhn-Tucker 条件により与えられる。参加制約 (2.8) の Lagrange 乗数を $\lambda$ とすると，問題 (2.9) の Lagrange 関数は,

$$(2.10) \qquad L = \sum_{i=1}^{n} p_i(e)v\left(x_i - w(x_i)\right) - \lambda\left[\overline{u} - \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u\left(w(x_i)\right) + c(e)\right]$$

と表される。ここで，$e$ を最適値 $e^*$ に固定して (2.10) を解くと，1 階の条件は,

$$(2.11) \qquad \frac{\partial L}{\partial w_i} = -p_i(e^*)v'(x_i - w_i) + \lambda p_i(e^*)u'(w_i) = 0 \qquad i = 1, \dots, n$$

となる。これは (2.2) により,

$$(2.12) \qquad \lambda = \frac{v'(x_i - w_i)}{u'(w_i)} \qquad i = 1, \dots, n$$

と書き換えられるので，Pareto 効率な報酬体系 $w(x_i)$ を特徴付ける条件

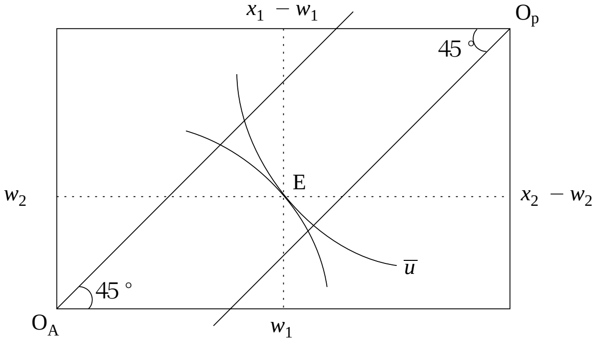
(2.13) $$\frac{v'(x_1 - w_1)}{u'(w_1)} = \cdots = \frac{v'(x_n - w_n)}{u'(w_n)}$$

を得る。

内点解を仮定すると，$\lambda > 0$ より参加制約は等号で成立することが分かる。すなわち，もし最適契約の下で参加制約が不等号で成立しているとすると，ある $w_i = w(x_i)$ がわずかに減少しても，参加制約は引き続き成立する。しかし，$w_i = w(x_i)$ の減少によってプリンシパルの効用は高まるから，当初の契約が最適であることに矛盾するからである。よって，参加制約は等号で成立しなければならない。

Pareto 効率な報酬体系 $w_i = w(x_i)$ を図示するために，結果が 2 種類の場合 $(n = 2)$ を考えて，望ましい結果を $x_1$，望ましくない結果を $x_2$ とする。すなわち，$x_1 > x_2$。また，それぞれの結果の発生確率を $p_1$ と $p_2$ とする。**図 2.1** のように，横の長さが $x_1$，縦の長さが $x_2$ の長方形を描き，左下をエージェントの原点 $O_A$，右上をプリンシパルの原点 $O_P$ とすると，周知の箱形図表が得られる。長方形内部の任意の点は，それぞれの結果におけるエージェントの分け前 $(w_1, w_2)$ とプリンシパルの分け前 $(x_1 - w_1$, $x_2 - w_2)$ を示している。エージェントの限界代替率 $\mathrm{MRS_A} = -\frac{dw_2}{dw_1}$ とプリ

**図 2.1**：対称情報 (i)



ンシパルの限界代替率 $\mathrm{MRS_P} = -\dfrac{d(x_2 - w_2)}{d(x_1 - w_1)}$ は，無差別曲線の性質から，

$$\text{(2.14)} \qquad \mathrm{MRS_A} = \frac{p_2}{p_1}\frac{u'(w_1)}{u'(w_2)}$$

$$\mathrm{MRS_P} = \frac{p_2}{p_1}\frac{v'(x_1 - w_1)}{v'(x_2 - w_2)}$$

により与えられる。したがって，Pareto 効率な報酬体系を特徴付ける条件 (2.13) は,

$$\text{(2.15)} \qquad \mathrm{MRS_A} = \mathrm{MRS_P}$$

と書き換えられ，双方の無差別曲線が互いに接することを意味する。

ここから先の分析は，プリンシパルとエージェントの危険に対する態度，すなわち無差別曲線の形状によって場合分けする必要がある。

(i)　両者が危険回避的である場合。この場合には，(2.4) と (2.6) について,

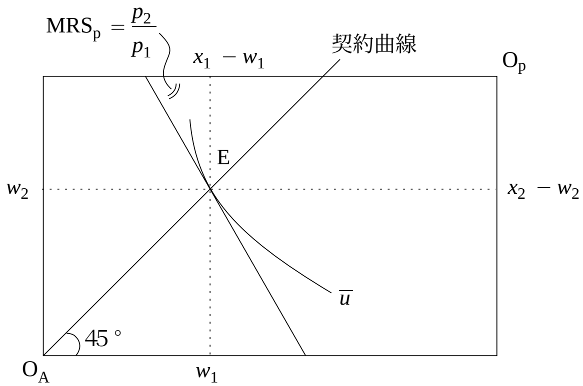
$$v'' < 0,\ \ u'' < 0$$

が成立する。**図 2.1** に描かれているエージェントの無差別曲線は，留保効用 $\bar{u}$ に相当するものである。参加制約を満たす領域は無差別曲線 $\bar{u}$ の右上方の領域になるが，プリンシパルはこの領域の中から最も期待効用が高い点 E を選択する。よって，点 E が最適な利潤配分を示している。結果における危険 $x_1 - x_2$ は，それぞれの原点を通る45度線の水平距離で測られるが，その危険をプリンシパルとエージェントが分担していることが分かる（危険負担)。

(ii)　プリンシパルは危険中立的であるが，エージェントが危険回避的である場合（**図 2.2**)。この場合，(2.4) と (2.6) について,

$$v'' = 0,\ \ u'' < 0$$

**図 2.2**：対称情報 (ii)




が成立する。$v'' = 0$ は $v'$ が定数となることを意味するので，プリンシパルの無差別曲線は傾きが一定の曲線，すなわち直線になる。また，限界代替率 (2.14) は，

$$\text{(2.15)} \qquad MRS_P = \frac{p_2}{p_1}$$

と書き換えられる。

契約曲線は $MRS_P = MRS_A$ が成立する配分の軌跡であるから，(2.15) により与えられる $MRS_P$ が $MRS_A$ に一致するためには，

$$u'(w_1) = u'(w_2)$$

すなわち

$$\text{(2.16)} \qquad w_1 = w_2$$

が成立しなければならない。これは，結果の如何に関わらず，エージェントは同一の報酬を得ることを意味するので，最適報酬体系は固定報酬となる。また (2.16) より，両者の無差別曲線が接する点の軌跡は，$O_A$ を通る 45 度線になることも分かる。つまり，プリンシパルが危険中立的であり，

エージェントが危険回避的である場合には，プリンシパル側が全ての危険を負担することが最適となる。最適な報酬を $w^*$ とすると，参加制約が等号で成立する，すなわち

$$u(w^*) - c(e^*) = \overline{u}$$

が成立しているので，最適な報酬は,

(2.17) $$w^* = u^{-1}\left(\overline{u} + c(e^*)\right)$$

を満たす固定報酬となる。

(iii)　プリンシパルは危険回避的であるが，エージェントが危険中立的である場合（**図2.3**)。この場合，(2.4) と (2.6) について,

$$v'' < 0,\ u'' = 0$$

が成立する。$u'' = 0$ は $u'$ が定数となることを意味するから，エージェントの無差別曲線は直線になる。また，限界代替率 (2.14) は,

(2.18) $$\mathrm{MRS_A} = \frac{p_1}{p_2}$$

と書き換えられる。限界代替率均等が成立するには,

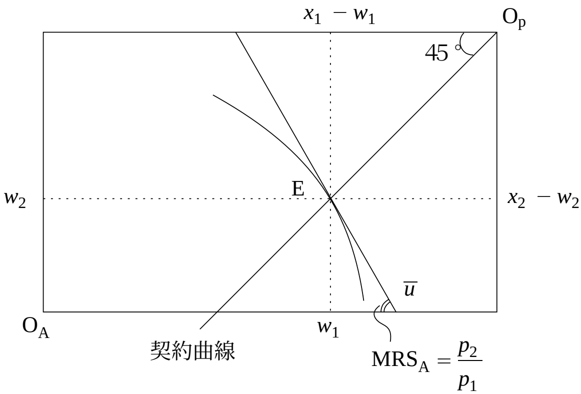
$$v'(x_1 - w_1) = v'(x_2 - w_2)$$

すなわち

(2.19) $$x_1 - w_1 = x_2 - w_2$$

が成立しなければならない。よって，双方の無差別曲線が接する点の軌跡は，$O_P$ を通る45度線になる。プリンシパルが危険回避的でエージェントが危険中立的である場合には，エージェント側が全ての危険を負担することが最適となるから，最適な報酬体系は

**図 2.3**：対称情報 (iii)




$$w_i^* = x_i - F \qquad i = 1, 2 \tag{2.20}$$

を満たすことが分かる。ただし，$F$ は定数である。

(2.20) は，エージェントが一定金額 $F$ を支払い，プリンシパル側の権利を買い取ると解釈できることから，残余請求者契約またはフランチャイズ契約と呼ばれる。ここでは，参加制約が等号で成り立つ，すなわち，

$$\sum_{i=1}^{2} p_i(e^*)(x_i - F) = \overline{u} + c(e^*) \tag{2.21}$$

が成り立つので，フランチャイズ料 $F$ は

$$F = \sum_{i=1}^{2} p_i(e^*)x_i - \overline{u} - c(e^*) \tag{2.22}$$

により与えられる。

ここまでは努力水準 $e$ を固定して最適な報酬体系を検討してきたが，ここで最適な最適な努力水準を求めよう。努力水準 $e$ が連続型の場合には，プリンシパルおよびエージェントの期待効用が努力水準 $e$ に関して凹関数になるとは限らないので，この問題は複雑になり一般的には解けなくなる。以下では，プリンシパルは危険中立的であるが，エージェントが

危険回避的である場合（場合 (ii)，**図2.2**）に限定して検討する。

この場合には上で見たように，最適報酬体系は固定報酬 (2.17) となるので，プリンシパルの目的関数は，

$$\max_{e} \sum_{i=1}^{n} p_i(e)[x_i - w(x_i)] = \sum_{i=1}^{n} p_i(e)x_i - u^{-1}(\overline{u} + c(e)) \tag{2.23}$$

と表され，ある努力水準が問題 (2.23) の解であるための1階の条件は，

$$\sum_{i=1}^{n} p_i'(e^*)x_i = (u^{-1})'(\overline{u} + c(e^*))c^*(e^*) = \frac{c'(e^*)}{u'(w^*)} \tag{2.24}$$

により与えられる。(2.24) の左辺は努力水準が上昇することによる期待収益の増加を，右辺はエージェントに支払われる報酬の増加を表す。また2階の条件は

$$\sum_{i=1}^{n} p_i''(e^*)x_i + \frac{u''(w^*)}{\left(u^*(w^*)\right)^3}\left(c'(e^*)\right)^2 - \frac{c''(e^*)}{u'(w^*)} \leq 0 \tag{2.25}$$

により与えられる。十分条件は，これが厳密な不等式で成立することであるが，そのための1つの十分条件は，どのような $e$ に対しても，

$$\sum_{i=1}^{n} p_i''(e^*)x_i \leq 0 \tag{2.26}$$

が成立することである。

## 2.2　非対称情報モデル

ここでは，エージェントが選択する努力水準は立証可能であるという想定を棄てて，努力水準は立証不可能である場合を検討する。この場合には努力水準を契約に書き込むことができないために，エージェントは自分にとって最も望ましい努力水準を選択し，プリンシパルにとって望ましい努力水準を選択するとは限らない。したがって，プリンシパルは報酬体系に対するエージェントの行動を予測した上で，契約を作成する必要がある。以下では引き続き，プリンシパルは危険中立的であるが，エージェントが

危険回避的である場合（場合 (ii)，**図 2.2**）に限定して検討する[1)]。

前小節でみたように，もし情報が対称であれば（すなわち，もし努力水準が立証可能であれば），両者の危険に対する態度がこのような場合の最適報酬体系は固定報酬であり，危険中立的である側（ここではプリンシパル）が全ての危険を負担するのが最適な危険負担であった。しかし，情報が非対称であると努力水準は立証不可能になるから，固定報酬の下ではエージェントは全く努力をしなくなる[2)]。しかし，結果は努力水準に左右されるので，これはプリンシパルにとって望ましいことではない。

非対称情報の下でエージェントに努力する誘因を持たせるためには，報酬体系を立証可能な結果の水準に依存させることが有効である。例えば，残余請求者契約を考えると，この契約の下では結果の変動全てがエージェントの報酬の増減につながるので，努力する誘因は完全なものになる。しかし，残余請求者契約の下では，危険回避の側（ここではエージェント）が危険を全て負担することになり，最適な危険負担は成立せず，最適契約を設計する際の危険負担と誘因の対立の問題が生じる。この対立をいかに解決するかが，最適契約の課題となる。

努力水準が立証不可能である場合には，努力水準はエージェントにより決定され，プリンシパルはエージェントの選択する努力水準を直接には制御できない。エージェントは自分の期待効用が最大になるように，努力水準

$$e = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - c(e) \tag{2.27}$$

---

1) なお，危険回避的であっても，利潤のうち変動部分が小さければ近似的に危険中立的と考えて差し支えないから，これはエージェントに比べてプリンシパルの利潤が多く，その変動部分が比較的小さい状況を想定していることを意味する。

2) というのは，結果にかかわらず一定の報酬であれば，効用関数 (2.4) より誰にも努力をする誘因はなくなり，$e = 0$ を選択することがエージェントにとって最適になるからである。

を選択する。プリンシパルはエージェントの努力水準の選択を直接には制御できないが，自分が設定する報酬体系を通じて間接的に操作することはできるので，契約のとりうる形は結果に依存する報酬体系 $\{w_i = w(x_i)\}_{i=1,\dots,n}$ に限られる。プリンシパルがエージェントにある努力水準を実現させるためには，誘因制約 (IC) と呼ばれる (2.27) が常に満たされなければならない。

以上より，非対称情報の場合の最適契約は，参加制約に誘因制約を加えた次の制約つき最大化問題の解として求められる。

$$(2.28)\qquad \max_{\{w_i\}_{i=1,\dots,n}} \sum_{i=1}^{n} p_i(e)[x_i - w_i]$$

$$\text{s. t.}\qquad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - c(e) \geq \overline{u} \qquad \text{(PC)}$$

$$e = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^{n} p_i(e)u(w_i) - c(e) \qquad \text{(IC)}$$

なお，前小節の対称情報モデルの問題 (2.9) は，問題 (2.28) の誘因制約 (IC) が存在しない場合に相当する。対称情報の場合の最適解は Pareto 効率解，すなわち最善の解であるのに対して，情報に非対称性があって誘因制約 (IC) が課された場合の最適解は制約された Pareto 効率解，すなわち次善の解になる。

努力水準 $e$ が連続変数である場合や，離散変数であっても多数存在する場合には，次善の問題は複雑になる。ここでは，努力水準 $e$ が 2 種類しかない場合に限定して，図解により分析を行う。ここで，怠ける場合つまり低い努力水準を $e_L$，一生懸命努力する場合つまり高い努力水準を $e_H$ と表すことにすれば，$e_L < e_H$ が成立する[3)]。それぞれの努力水準に対応する費用を，$c_L = c(e_L)$ と $c_H = c(e_H)$ と表すことにすれば，(2.7) により，

3） ここでは，努力 $e$ は 1 次元変数により表されると仮定している。努力が多次元である場合については，前稿（小平 (2008)）を参照のこと。

$c_L < c_H$ となる。起こりうる結果は $n$ 種類あり，一般性を失うことなく，$x_1 > x_2 > \ldots > x_n$ となるように番号を付けよう。努力水準 $e \in \{e_L, e_H\}$ の下で結果 $i = 1, \ldots, n$ が生じる確率を $p_i^H = p_i(e_H)$，$p_i^L = p_i(e_L)$ と表すことにすれば，$\sum_{i=1}^{n} p_i^H = \sum_{i=1}^{n} p_i^L = 1$ である。

エージェントが高い努力水準 $e_H$ を選択すると，より好ましい結果が生じやすいと考えられる。このことを，2つの確率密度関数 $p_i^H$，$p_i^L$ に関して1階確率支配を仮定することにより表す。ここで，全ての $k = 1, \ldots, n-1$ に対して，

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^H < \sum_{i=1}^{k} p_i^L \tag{2.29}$$

が成立する場合，確率分布 $p_i^H$ は確率分布 $p_i^L$ を1階確率支配するという。これは，確率分布 $p_i^H$ の方が確率分布 $p_i^L$ よりも右側（$x$ が大きい方向）により高いウェイトを置いて分布していることを意味する。この場合の誘因制約について，仮に報酬体系 $\{w_i\}_{i=1,\ldots,n}$ が，

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^H u(w_i) - c_H \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^L u(w_i) - c_L$$

すなわち，

$$\sum_{i=1}^{n} \left(p_i^H - p_i^L\right) u(w_i) \geq c_H - c_L \tag{2.30}$$

を満たせば，エージェントは $e_H$ を選択し，不等号が逆向きであれば $e_L$ を選択する。

最初に，プリンシパルが低い努力水準 $e_L$ が実現することを望んでいる場合を考えよう。前小節でみたように，誘因制約のない最善の解における最適契約は，

$$w_i = u^{-1}(\overline{u} + c_L) \qquad i = 1, \ldots, n$$

という固定報酬である ((2.17) 参照)。実際，この固定報酬の下では，低い努力水準 $e_L$ を実現するための誘因制約が満たされる。すなわち

(2.31) $$\sum_{i=1}^{n} p_i^L u(w_i) - c_L \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^H u(w_i) - c_H$$

が成立するから，非対称情報の下でも固定報酬が最適となる。よって，この場合には情報の非対称性によって最適契約が影響されることはない。

次に，プリンシパルが高い努力水準 $e_H$ を望んでいる場合を考えよう。高い努力水準 $e_H$ を実現する場合の最適契約の問題は次のように表される。

(2.32) $$\max_{\{w_i\}_{i=1,\dots,n}} \sum_{i=1}^{n} p_i^H (x_i - w_i)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i^H u(w_i) - c_H \geq \overline{u} \qquad \text{(PC)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(p_i^H - p_i^L\right) u(w_i) \geq c_H - c_L \qquad \text{(IC)}$$

最大化問題 (2.32) の Lagrange 関数は,

(2.33) $$L = \sum_{i=1}^{n} p_i^H (x_i - w_i) - \lambda \left[\overline{u} - \sum_{i=1}^{n} p_i^H u(w_i) + c_H\right] - \mu \left[c_H - c_L - \sum_{i=1}^{n} \left(p_i^H - p_i^L\right) u(w_i)\right]$$

となる。ただし，$\lambda$ は参加制約に関する Lagrange 乗数であり，$\mu$ は誘因制約に関する乗数である。Kuhn-Tucker の条件は,

$$w_i \left[- p_i^H + \lambda p_i^H u'(w_i) + \mu \left(p_i^H - p_i^L\right) u'(w_i)\right] = 0$$

により与えられる。内点解を仮定すると，これは,

(2.34) $$\frac{p_i^H}{u'(w_i)} = \lambda p_i^H + \mu \left(p_i^H - p_i^L\right)$$

$$\text{(2.35)} \qquad \frac{1}{u'(w_i)} = \lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right)$$

と同値である[4)]。(2.34) を全ての $i$ について集計すると，

$$\text{(2.36)} \qquad \lambda = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i^H}{u'(w_i)} > 0$$

が得られ，参加制約は等号で成立することが分かる。さらに，ここで $\mu = 0$ を仮定すると，(2.35) より $w_i$ は結果 $x_i$ に依存せず一定となり，固定報酬は誘因制約を満たさなくなるから，$\mu > 0$ であることと，誘因制約は等号で成立することも分かる。

最適報酬体系の性質を検討しよう。(2.35) より，尤度比 $\frac{p_i^L}{p_i^H}$ の値は $i$ によって異なるので，結果が変われば報酬も変わる。これは，高い努力水準を引き出すためには，報酬が結果に依存していなければならないことを意味するが，このことは最適な危険負担と対立する。ここで，尤度比 $\frac{p_i^L}{p_i^H}$ は，結果 $x_i$ が低い努力水準から生じる相対的な蓋然性を示し，これが大きい場合には，高い努力水準ではなく低い努力水準から結果 $x_i$ が生じている可能性が高いことを意味する。私たちはエージェントが危険回避的である場合 ($u'' < 0$) を想定しているので，(2.35) の左辺は $w_i$ の増加関数であり，右辺は $\frac{p_i^L}{p_i^H}$ の減少関数になる。したがって，尤度比 $\frac{p_i^L}{p_i^H}$ が大きい（小さい）ときには，報酬は低い（高い）という関係が成立する。

1階確率支配の仮定のもとでは，高い努力水準ほど好ましい結果が生じ易いので，以下のように推論されよう。

「エージェントによる高い努力水準を引き出そうとする場合には，より

4） (2.35) 導出にあたっては，任意の $i$ について，$p_i^H > 0$ という仮定 (2.2) を利用している。

好ましい結果に対応する報酬をより高くする，すなわち $w_1 > \dots > w_n$ となるように報酬体系を決めることが望ましい。」

しかし，$w_1 > \dots > w_n$ という意味での報酬体系の単調性を保証するのは，1階確率支配の性質ではなく，尤度比 $\dfrac{p_i^L}{p_i^H}$ が $i$ に関して減少関数であるという性質であるので，この推論は成立しない。後者の性質は単調尤度比条件と呼ばれて，

$$\frac{p_1^L}{p_1^H} > \frac{p_2^L}{p_2^H} > \cdots > \frac{p_n^L}{p_n^H} \tag{2.37}$$

と表される。これは1階確率支配よりも強い条件であり，単調尤度比条件が満たされれば1階確率支配は満たされるが，その逆は成立しない[5)]。以上より，単調尤度比条件の下で，報酬体系が結果に関する増加関数になることが示された。ただし，この性質は努力水準が2種類しかないという仮定に依存しており，努力水準が3種類以上ある場合には，単調尤度比条件でさえも報酬体系の単調性を保証するのに十分ではない。

以下では，結果が2種類の場合 $(n = 2)$ を想定して，最善契約および次善契約がどのような特徴を持つかを図解により検討する。生じうる結果を $x_1$ と $x_2$ とし，$x_1 > x_2$ とする。高い努力水準のときに良い結果が生じる確率を $p_1^H = p^H$ と書けば，悪い結果が生じる確率は $p_2^H = 1 - p^H$ となる。同様に，低い努力水準のときにそれぞれの結果が生じる確率を $p_1^L = p^L$，$p_2^L = 1 - p^L$ と書くことにする。結果が2種類の場合には，1階確率支配と単調尤度比条件は同値になり，$p^H > p^L$ と表される。ここでは

---

5)　例えば，$n = 3$ の場合において，$(p_1^L, p_2^L, p_3^L) = (0.2, 0.6, 0.2)$，$(p_1^H, p_2^H, p_3^H) = (0.1, 0.1, 0.8)$ という確率分布を考えると，1階確率支配は満たされているが，尤度比は $\left(\dfrac{p_1^L}{p_1^H}, \dfrac{p_2^L}{p_2^H}, \dfrac{p_3^L}{p_3^H}\right) = (2, 6, 0.25)$ となり，単調尤度比条件は満たされない。この場合，報酬体系は $w_2 < w_1 < w_3$ となり，より好ましい結果により高い報酬が対応するという状態は成立していない。

プリンシパルは危険中立的であり，エージェントは危険回避的であると想定しているから，高い努力水準の場合のエージェントとプリンシパルの限界代替率はそれぞれ,

(2.38)
$$\mathrm{MRS_A} = \frac{1-p^H}{p^H}\frac{u'(w_1)}{u'(w_2)}$$
$$\mathrm{MRS_P} = \frac{1-p^H}{p^H}$$

により与えられる。同様に，低い努力水準の場合には,

(2.39)
$$\mathrm{MRS_A} = \frac{1-p^L}{p^L}\frac{u'(w_1)}{u'(w_2)}$$
$$\mathrm{MRS_P} = \frac{1-p^L}{p^L}$$

となる。$p^H > p^L$ であるから，両者の限界代替率は高い努力水準の場合の方が大きくなる。つまり，無差別曲線の傾きは大きくなる。

**図 2.4** を使い，最善契約と次善契約の性質を検討する。高い努力水準を実現する場合の最善契約から考えよう。参加制約

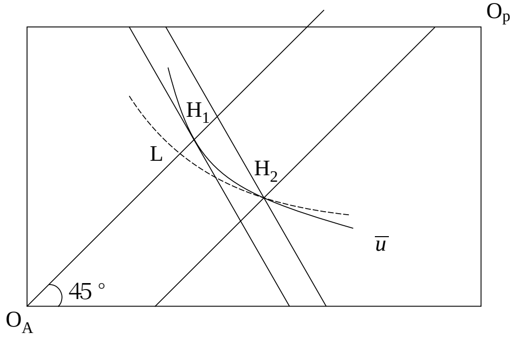
(2.40)
$$p^H u(w_2) + (1-p^H)u(w_1) - c_H \geq \overline{u}$$

をみたす領域は，実線で示されたエージェントの無差別曲線 $\overline{u}$ の右上方である。この場合，プリンシパルの無差別曲線は直線になり，プリンシパルの原点 $\mathrm{O_P}$ から遠いほど，高い効用水準に対応する。参加制約を満たす領域の中でプリンシパルの効用を最大にするのは点 $\mathrm{H_1}$ であるから，この点が最善契約になる。点 $\mathrm{H_1}$ では $\mathrm{MRS_P} = \mathrm{MRS_A}$ が成立していることから,

$$w_1 = w_2$$

が成立する。したがって，点 $\mathrm{H_1}$ はエージェントの原点 $\mathrm{O_A}$ を通る 45 度線上にあるので，最善契約 $\mathrm{H_1}$ は固定報酬契約になることが分かる。

**図2.4**：最善契約と次善契約




次善契約は，参加制約と誘因制約を同時に満たす領域の中でプリンシパルの利得を最大にする点である。ここで，誘因制約

$$p^H u(w_2) + (1 - p^H)u(w_1) - c_H$$
$$\geq p^L u(w_2) + (1 - p^L)u(w_1) - c^L$$

すなわち

(2.41)
$$u(w_2) \geq u(w_1) + \frac{c_H - c_L}{p^H - p^L}$$

を満たす領域は右上がりの曲線（直線）の右側であるから，次善契約は点 $H_2$ である。これは，留保効用 $\overline{u}$ に相当するエージェントの無差別曲線と誘因制約を示す曲線の交点として定まり，そのことから参加制約と誘因制約は共に等号で成立することが分かる。等号で成立する場合の参加制約と誘因制約から，$u(w_1)$ と $u(w_2)$ を求めると，

(2.42)
$$u(w_1) = \overline{u} + c_H - p^H \frac{c_H - c_L}{p^H - p^L}$$

$$u(w_2) = \overline{u} + c_H + (1 - p^H)\frac{c_H - c_L}{p^H - p^L}$$

を得る。よって，次善契約 $H_2$ では $w_1 > w_2$ を満たす誘因契約が選択さ

れていることが分かる。

低い努力水準を実現する場合の最善契約は，点線で示されるエージェントの無差別曲線とプリンシパルの無差別曲線の接点 L になる。この場合の誘因制約を満たす領域は右上がりの曲線の左側であり，点 L はそれを満たすので，次善契約も同じ点 L によって与えられる。

ここで，努力水準が 2 種類で，生じうる結果が $n$ 種類の状況に戻り，プリンシパルばかりでなくエージェントも危険中立的である場合を考えよう。エージェントの効用関数を

$$u(w) = w$$

とすると，高い努力水準 $e_H$ を実現する場合の最適契約は次の制約つき最大化問題の解として求められる。

$$\text{(2.43)} \qquad \max_{\{w_i\}_{i=1,\dots,n}} \sum_{i=1}^{n} p_i^H (x_i - w_i)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i^H w_i - c_H \geq \overline{u} \qquad \text{(PC)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(p_i^H - p_i^L\right) w_i \geq c_H - c_L \qquad \text{(IC)}$$

問題 (2.43) の Lagrange 関数は，

$$\text{(2.44)} \qquad L = \sum_{i=1}^{n} p_i^H (x_i - w_i) - \lambda \left[ \overline{u} - \sum_{i=1}^{n} p_i^H w_i + c_H \right] - \mu \left[ c_H - c_L - \sum_{i=1}^{n} (p_i^H - p_i^L) w_i \right]$$

と表され，1 階の条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial w_i} = -p_i^H + \lambda p_i^H + \mu (p_i^H - p_i^L) = 0$$

により与えられる。ただし，$\lambda$ は参加制約に関する Lagrange 乗数であり，

$\mu$ は誘因制約に関する乗数である。これを書き換えて，

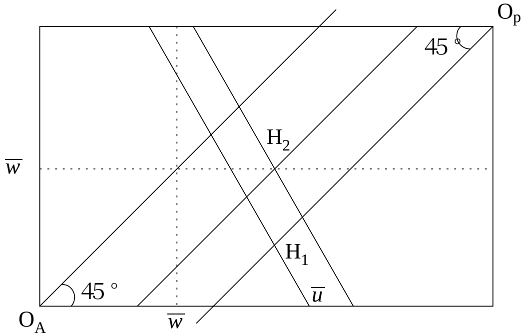
$$\lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right) = 1 \tag{2.45}$$

を得る。ここで，$i$ が異なれば尤度比 $\frac{p_i^L}{p_i^H}$ の値は異なるにもかかわらず，(2.45) が全ての $i$ について成立するためには，$\mu = 0$ でなければならない。このとき，$\lambda = 1$，すなわち $\lambda > 0$ となることが分かる。したがって，エージェントも危険中立的である場合には，誘因制約は厳密な不等号で成立し，参加制約は等号で成立する。よって，誘因制約を考慮しない最善契約である残余請求者契約は，非対称情報の下でも引き続いて最適である。

ただし，エージェントが危険中立的である場合でも，報酬の最低水準が保証されている場合には，次善契約は残余請求者契約とは異なるものになり得る。結果に関わらず，エージェントには $\overline{w}$ 以上の報酬 $w_i \geq \overline{w}(i = 1, ..., n)$ が保証されているとしよう。このような契約は有限責任制約と呼ばれ，いかに悪い結果になろうとも，プリンシパルはエージェントを十分に処罰することができず，エージェントは有限責任によって保護されている状況を表している。ここで，$\overline{w}$ はある程度大きいとしよう。高い努力水準を実現しようとすると，有限責任制約と誘因制約が等号で成立し，参加制約は厳密な不等号で成立する。つまり，エージェントにレントを与える必要性がある。

**図 2.5** は，結果が 2 種類で，エージェントが危険中立的でありかつ有限責任で保護されている場合の最適契約を示している。危険中立的であるので，エージェントの無差別曲線は直線になり，最善契約である残余請求者契約（図の点 $H_1$）は誘因制約を満たす。ところが，図のように $\overline{w}$ が十分に大きい場合には，点 $H_1$ は有限責任制約を満たさない。参加制約，誘因制約，有限責任制約の全てを同時に満たす範囲において，プリンシパルにとって最適な契約は点 $H_2$ で与えられるが，この契約ではエージェントは

**図 2.5**：有限責任




留保効用 $\overline{u}$ 以上の期待効用を得ることになる。

## 3.　逆選択

道徳的危険に次いで，本節では逆選択を取り上げ，レントと効率性の対立関係に注意を払いながら，そこでの最適契約を検討する。

### 3.1　対称情報モデル

第 2 節と同様に，情報の非対称性が存在しない状況，すなわちプリンシパルがエージェントのタイプを識別できる状況から議論を始める。ここでは，エージェントのタイプは生産費用に影響を与えるものと考える。すなわち，エージェントが同じ数量を生産するなど同一の結果を生み出す場合でも，その費用はエージェントのタイプによって異なるものとする。

簡単化のために，エージェントのタイプは 2 つであるとし，エージェントのタイプを $t \in \{1, 2\}$ で表して，$t = 1$ のエージェントをタイプ 1，$t = 2$ のエージェントをタイプ 2 と呼ぼう。結果（生産量）を $x$ で表し，$x \in \mathrm{R}_+$ とする。エージェントの行動は，$x$ の水準の選択により表現される。タイプ $t$ のエージェントが生産量 $x$ を実現するために必要な費用を $c_t(x)$ とすると，これがエージェントのタイプによって異なることになる。

どちらの $t$ についても，この費用関数は増加的かつ逓増的である，すなわち

(3.1)　　$c_t'(x) > 0 \qquad c_t''(x) > 0$

であり，$c_t(0) = 0$ であると仮定する。同じ生産量を生産するとき，タイプ１の費用の方が常に低い，すなわち

(3.2)　　$c_1(x) < c_2(x) \qquad \forall x > 0$

としよう。これは，同じ費用をかけるのであれば，タイプ１の方が常に多くの生産量を実現できることも意味する。

　ここでは生産量 $x$ は立証可能であると想定しているので，生産量に応じた報酬体系 $w(x)$ を定めることができる。プリンシパル側から考えて，エージェントがタイプ１である確率を $p (0 < p < 1)$ とすると，タイプ２である確率は $1 - p$ と表される。また，どちらのタイプのエージェントの留保効用も $\overline{u} = 0$ であるとする。

　プリンシパルもエージェントも危険中立的であると仮定する。プリンシパルの効用関数は，エージェントへの報酬を支払った後の残余の報酬，すなわち利潤の関数として，

(3.3)　　$v(x, w) = x - w$

と表される。タイプ $t$ のエージェントの効用関数は,

(3.4)　　$u_t(x, w) = w - c_t(x)$

と表される。

　横軸に生産量 $x$，縦軸に報酬 $w$ を測って，両者の無差別曲線を描くと, プリンシパルの限界代替率は $\dfrac{dw}{dx} = 1$ となるので，その無差別曲線は傾き

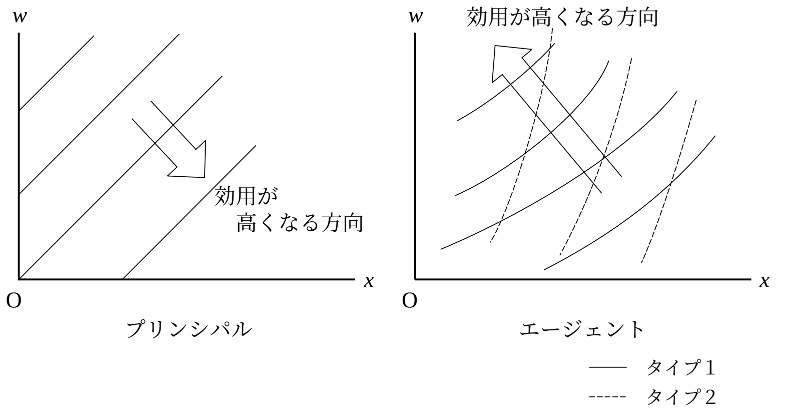
1 の直線となり，右下方の無差別曲線ほど高い効用水準に対応する（**図 3.1** 参照)。タイプ $t$ のエージェントの限界代替率は $\dfrac{dw}{dx} = c_t'(x)$ となる。(3.1) より，エージェントの無差別曲線はどちらのタイプについても，右上がりで下に凸になることが分かる。また，左上方の無差別曲線ほど高い効用水準に対応する。

　ここで，

$$(3.5) \qquad c_1'(x) < c_2'(x) \qquad \forall x \geq 0$$

と仮定する。これは，どのような生産量においても，タイプ 1 の方が費用がそのものが小さいだけでなく，限界費用も小さいことを主張する。エージェントの効用関数は (3.4) で与えられているので，これはタイプ 2 のエージェントの無差別曲線の傾き（限界代替率）は，どのような生産量においてもタイプ 1 の無差別曲線の傾きよりも大きいことを意味する。それぞれのタイプの無差別曲線を 1 本ずつとって考えると，両者は必ず 1 回だけ交わることを意味することから，単交性条件と呼ばれる。

**図 3.1**：無差別曲線



プリンシパルがエージェントのタイプを識別できる場合の最善契約を考察しよう。留保効用を $\overline{u} = 0$ とすると，タイプ $t$ のエージェントの参加制約は,

$$(3.6) \qquad w_i\,(x_i\,) - c_i\,(x_i\,) \geq 0 \qquad\qquad t \in \{1, 2\}$$

と表される。ここで，$x_t$ はタイプ $t$ のエージェントに要求される生産水準であり，$w_t\,(x_t\,)$ はタイプ $t$ に対する報酬体系である。プリンシパルはエージェントのタイプを識別できるから，それぞれのタイプのエージェントに対して，その参加制約 (3.6) を満たしつつ，自分の利潤を最大にするような生産量の要求水準 $x_t$ と報酬体系 $w_t\,(x_t\,)$ を定めることが最適となる。したがって，最善契約は，それぞれの $t \in \{1, 2\}$ に対して，問題

$$(3.7) \qquad \max_{x_t\ ,w_t} x_t\ - w_t\,(x_t\,)$$

$$\text{s. t.} \qquad w_t\,(x_t\,) - c_t\,(x_t\,) \geq 0 \qquad\qquad (\mathrm{PC}_t\,)$$

の解として求めることができる。ここで，タイプ $t$ のエージェントの参加制約 $(\mathrm{PC}_t\,)$ が厳密な不等号で成立していれば，$w_t$ を小さくすることによって，目的関数の値を大きくすることができる。したがって，どのような $x_t$ に対しても参加制約 $(\mathrm{PC}_t\,)$ が等号で成立するように，$w_t$ は選択されている。よって，どのような $x_t$ に対しても,

$$(3.8) \qquad w_t\,(x_t\,) = c_t\,(x_t\,)$$

が成立する。すなわち，報酬は生産費用に等しく設定され，最善契約の問題 (3.7) は，制約条件のつかない最大化問題

$$(3.9) \qquad \max_{x_i} x_t\ - c_t\,(x_t\,)$$

に帰着し，最大化の１階の条件は,

(3.10) $$c_t'(x_t) = 1$$

と表される。なお，(3.1) により，2 階の条件は常に満たされている。したがって，最善契約においてエージェントに要求される生産水準 $x_1^*$ と $x_2^*$ は，

(3.11) $$c_1'(x_1^*) = 1$$
$$c_2'(x_2^*) = 1$$

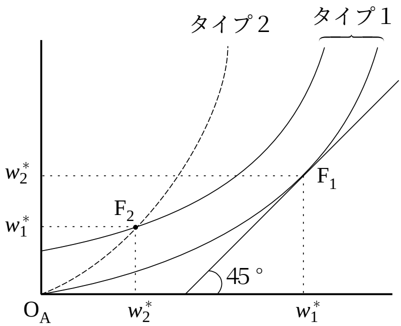
を満たし，

(3.12) $$w_t(x_t^*) = c_t(x_t^*)$$

が成り立つ。$w_t^* = w_t(x_t^*)$ と書くことにすれば，最善契約 $\{x_1^*, x_2^*, w_1^*, w_2^*\}$ は (3.11) (3.12) により与えられる。

**図 3.2** は，最善の結果を示したものである。参加制約 ($PC_t$) は等号で成立するから，最善契約においてエージェントが得る効用は，どちらのタイプについても 0 である。すなわち，どちらのタイプについても原点を通る無差別曲線を考えれば良い[6]。(3.5) により，タイプ 1 の無差別曲線の

**図 3.2**：最善契約




6） $c_t(0) = 0$ であるから，$x = w = 0$ のとき $u = 0$ になる。

傾きは，タイプ2のそれよりも小さい。それぞれの無差別曲線の傾きが1となるところで $x_t^*$ が決定されるから，$x_1^* > x_2^*$ が成り立つ。つまり，タイプ1に対して要求される生産水準はタイプ2のそれよりも大きい。

タイプ $t$ に対する報酬体系は，(3.12) を満たさなければならないが，これはタイプ $t$ のエージェントが生産水準 $x_t^*$ を実現したときに支払われる報酬を規定しているに過ぎない。つまり，(3.12) が報酬体系 $w_t(.)$ の形状を全て決める訳ではない。実際のところ，最善の生産量 $x_1^*$ および $x_2^*$ を実現する報酬体系は複数存在する。その一例は，強制契約

$$w_t(x_t) = \begin{cases} c_t(x_t^*) & x_t = x_t^* \\ -\infty & x_t \neq x_t^* \end{cases} \tag{3.13}$$

である。これは，最適な生産量 $x_t^*$ を実現した場合にのみ，その生産費用 $c_t(x_t^*)$ を支払うが，それ以外の生産量に対しては無限に大きな罰金を課すものである。これは $x_t^*$ を選択することを事実上，強制しているのに等しいので，強制契約と呼ばれる。当然ながら，この報酬体系の下では，エージェントは $x_t^*$ を実現することを選択する。

もう1つの例は，残余請求者契約

$$w_t(x_t) = x_t - (x_t^* - c_t(x_t^*)) \tag{3.14}$$

である。これはタイプ $t$ のエージェントが定額 $F_t = x_t^* - c_t(x_t^*)$ を支払って，プリンシパルの権利を買い取ることに相当する。**図3.2** で考えると，この残余請求者契約は，点 $(x_t^*, w_t^*)$ を通る傾き1の直線によって表される。$(x_t^*, w_t^*)$ を通るのは，$x_t = x_t^*$ のとき $w_t(x_t^*) = c_t(x_t^*)$ が成立するからである。したがって，この報酬体系が与えられたとき，エージェントの効用が最大になるのは，$x_t^*$ を選択することである。それ以外の $x_t$ を選択すると，留保効用 $\bar{u}$ 未満の効用しか得られない。

## 3.2　非対称情報モデル

　プリンシパルがエージェントのタイプを識別できない状況を考えよう。この場合には，先に考察した最善契約 $\{x_1^*, x_2^*, w_1^*, w_2^*\}$ は実現できない。その理由は，最善契約においては，

$$0 = w_1^* - c_1(x_1^*) = w_2^* - c_2(x_1^*) < w_2^* - c_1(x_2^*) \tag{3.15}$$

が成立するので，タイプ１のエージェントにとってはタイプ２を装って $(x_2^*, w_2^*)$ を選択することが望ましいからである。すなわち，最善契約は，エージェントが自分のタイプを正直に申告するという誘因両立性を満たさない。このことは**図 3.2** においても確認できる。最善契約は $\mathrm{F}_1$ および $\mathrm{F}_2$ の組である。図には，$\mathrm{F}_2$ を通過するタイプ１のエージェントの無差別曲線も描かれており，これは $\mathrm{F}_1$ での効用よりも高い効用に対応している。すなわち，タイプ１には自分のタイプを偽って $\mathrm{F}_1$ ではなく $\mathrm{F}_2$ を選択する誘因がある。なお，タイプ２には自分のタイプを偽って $\mathrm{F}_1$ を選択する誘因はない。

　非対称情報の下での最適契約の問題は一般的には，情報の非対称性の下で，プリンシパルがある不完全情報ゲームのルール（メカニズム）を構築し，そこでのエージェントによるメッセージのやりとりを通じて配分と利潤移転の方法を定めることであり，メカニズム・デザインと呼ばれる問題になる。プリンシパルは自分の利得を最大にするために，配分と利潤移転の方法をエージェントのタイプに依存させることが望ましいのであるが，プリンシパルにはエージェントのタイプは分からない。そこで，エージェントに自分のタイプを正直に申告させるようにゲームのルールを設計する必要がある。

　ここでは，契約がメカニズムの機能を果たすのであるが，プリンシパルの利得を最大にするメカニズムは一般には，２種類の契約を提示することよりも複雑になる。一般に，プリンシパルにとっての最適メカニズムは，

各エージェントによるメッセージに応じた配分と利潤移転のルールになるが，顕示原理によってそのメッセージの集合をエージェントのタイプの集合と同一視して差し支えないことが示されている[7)]。メッセージの集合がエージェントのタイプの集合であるようなメカニズムとは，各エージェントに直接それぞれのタイプを同時に申告させ，かつ虚偽の申告が許されているにもかかわらず，各エージェントが正直に自分のタイプを申告する誘因を持つメカニズムであり，直接メカニズムと呼ばれる。顕示原理の主張によれば，どのような最適メカニズムについても，それと同等な直接メカニズムが存在する。

顕示原理の結果から，最適契約は各エージェントのタイプに応じた配分と利潤移転のルールとして表現できるから，タイプ $t$ に課す生産量の要求水準を $x_t$ とし，それを実現したエージェントに与える報酬を $w_t$ とすれば，最善契約は $\{x_1^*, x_2^*, w_1^*, w_2^*\}$ によって表される。ただし，各タイプのエージェントに自分のタイプを正直に申告させるために，以下の誘因制約ないしは自己選択制約が満たされなければならない

$$
\begin{aligned}
(3.16)\qquad & w_1 - c_1(x_1) \geq w_2 - c_1(x_2) \qquad \text{(IC1)} \\
& w_2 - c_2(x_2) \geq w_1 - c_2(x_1) \qquad \text{(IC2)}
\end{aligned}
$$

エージェントのタイプが識別できない場合の最適契約を次善契約と呼び，$\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{w}_1, \hat{w}_2\}$ と表そう。それは参加制約に加えて誘因制約を持つ最大化問題

$$
\begin{aligned}
(3.17)\qquad & \max_{\{x_1, w_1, x_2, w_2\}} p(x_1 - w_1) + (1-p)(x_2 - w_2) \\
\text{s. t.}\qquad & w_1 - c_1(x_1) \geq 0 \qquad \text{(PC1)} \\
& w_2 - c_2(x_2) \geq 0 \qquad \text{(PC2)} \\
& w_1 - c_1(x_1) \geq w_2 - c_1(x_2) \qquad \text{(IC1)}
\end{aligned}
$$

7） Millgram (1981), Myerson (1982) を参照せよ。

$$w_2 - c_2(x_2) \geq w_1 - c_2(x_1) \qquad \text{(IC2)}$$

の解として求められる。次善契約は以下のように特徴付けられる。

(i)　$x_1 \geq x_2$ が成立する。

(ii)　(IC1) および (PC2) の下では，(PC1) は常に成立する。

(iii)　(PC2) は等号で成立する。

(iv)　(IC1) は等号で成立する。

(v)　(IC2) は厳密な不等号で成立する。

（(i)−(iv) の証明）(i) (IC1) と (IC2) の両辺をそれぞれ加えると，

$$c_1(x_2) - c_1(x_1) \geq c_2(x_2) - c_2(x_1)$$

すなわち

$$\int_{x_1}^{x_2} c_1'(x)dx \geq \int_{x_1}^{x_2} c_2'(x)dx \tag{3.18}$$

が導かれる。単交性条件 (3.5) より，$x_1 \geq x_2$ が成立する。

(ii)　(3.1)，(PC2)，(IC1) を用いると，$x_2 > 0$ である限り，

$$w_1 - c_1(x_1) \geq w_2 - c_1(x_2) > w_2 - c_2(x_2) \geq 0 \tag{3.19}$$

が成立する。よって，(PC1) は厳密な不等式で成立する。

(iii)　次善契約の問題において，差し当たり (PC1) および (IC2) のない新たな問題を考える。そこで仮に (PC2) が厳密な不等号で成立する，すなわち

$$w_2 > c_2(x_2)$$

が成立するとしよう。その場合には，$w_2$ を僅かに減少させても，(PC2) は依然成立する。同時に，(IC1) は，右辺が小さくなるので，制約としては緩くなり，引き続き成立する。しかし，$w_2$ を減少させることは，プリ

ンシパルの期待効用を高めるので，$\{x_1, x_2, w_1, w_2\}$ が問題の解であることに矛盾する。したがって，(PC2) は等号で成立しなければならない。
(iv)　問題の解において，(IC1) は厳密な不等号で成立するとしよう。すなわち

$$w_1 - c_1(x_1) > w_2 - c_1(x_1)$$

が成立するとき，$w_1$ を僅かに減少させても，(IC2) は依然成立し，(PC2) は全く影響されない。$w_1$ を減少させることは，プリンシパルの期待効用を高めるので，$\{x_1, x_2, w_1, w_2\}$ が問題の解であることに矛盾する。したがって，(IC1) は等号で成立しなければならない。（証了）

(ii) は，(PC2) および (IC1) が同時に成立している場合には，(PC1) を考慮する必要がないことを主張する。そこで，(IC2) を差し当たり無視して，(PC2) および (IC1) のみを制約とする問題を考えると，その解は実際には(IC2)を満たしていることが確認できる。

(iii) および (iv) より，それぞれのタイプのエージェントに与えられる報酬は,

(3.20) $$w_1 = c_1(x_1) + [c_2(x_2) - c_1(x_2)]$$

(3.21) $$w_2 = c_2(x_2)$$

により与えられる。(3.20) の右辺第２項 $c_2(x_2) - c_1(x_2)$ は，情報レントと呼ばれる。タイプ２に与えられる報酬は費用 $c_2(x_2)$ に等しいが，タイプ１に与えられる報酬は費用 $c_1(x_1)$ に情報レントを加算したものになる。この加算額は，タイプ１に自分のタイプを正直に申告する誘因を与えるために必要とされる。

(3.20) および (3.21) を用いると，次善契約の問題 (3.6) は，制約のない最大化問題

(3.22)
$$\max_{\{x_1, x_2\}} p[x_1 - c_1(x_1) - c_2(x_2) + c_1(x_2)] + (1-p)[x_2 - c_2(x_2)]$$

に単純化される。(3.22) の 1 階の条件は,

(3.23)
$$p[1 - c_1'(x_1)] = 0$$
$$p[-c_2'(x_2) + c_1'(x_2)] + (1-p)[1 - c_2'(x_2)] = 0$$

となり，これを書き換えると,

(3.24)
$$c_1'(x_1) = 1$$
$$c_2'(x_2) = 1 - p + pc_1'(x_2)$$

を得る。2 階の条件は，プリンシパルの目的関数が $(x_1, x_2)$ に関する凹関数であれば保証されるが，その十分条件は,

$$c_1''(x) \leq c_2''(x) \qquad \forall x$$

が成立することである。

ここで，(i) の主張は，以下のように強められる。

(i’)　$x_1 > x_2$ が成立する。

（(i’), (v) の証明）(i’)　(3.5)により，$c_2'(x_2) - c_1'(x_2) > 0$ であるから，(3.24) より,

$$c_1'(x_1) > c_2'(x_2)$$

が成立する。もし $x_1 = x_2$ であるとすると，これは (3.5) に矛盾する。ゆえに，$x_1 > x_2$ が成立する。

(v)　(3.20) および (3.21) を使って，(IC2) を書き換えると,

$$c_1(x_1) - c_1(x_2) \leq c_2(x_1) - c_2(x_2)$$

すなわち

(3.25)
$$\int_{x_2}^{x_1} c_1'(x)dx \le \int_{x_2}^{x_1} c_2'(x)dx$$

を得る。ここで，主張 (i’) により $x_1 > x_2$ であるから，(3.5) の下では (3.25) は厳密な不等号で成立する。（証了）

なお，(v) は (iii) の証明で無視した制約 (IC2) が実際には満たされていることを確認する。

以上の (i)−(v) および (i’) を整理すると，次善契約 $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{w}_1, \hat{w}_2\}$ は，条件

(3.26)
$$c_1'(\hat{x}_1) = 1$$

(3.27)
$$c_2'(\hat{x}_2) = 1 - p + pc_1'(\hat{x}_2)$$

(3.28)
$$\hat{w}_1 = c_1(\hat{x}_1) + [c_2(\hat{x}_2) - c_1(\hat{x}_2)]$$

(3.29)
$$\hat{w}_2 = c_2(\hat{x}_2)$$

により特徴付けられることが分かる。

この次善契約における生産量 $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ を，最善契約のそれ $(x_1^*, x_2^*)$ と比較しよう。最善契約では，どちらのタイプ $t$ についても，(3.11) が成立しているから，(3.26) により

(3.30)
$$\hat{x}_1 = x_1^*$$

が成立する。すなわち，次善契約においても，タイプ1に要求される生産水準は最善契約と同じ効率的な生産水準となる。他方，(3.27) の右辺第2項は (3.5) により負であるから，

(3.31)
$$c_2'(\hat{x}_2) \le 1 - c_2'(x_2^*)$$

が成り立つ。$c_2'(x)$ は $x$ の増加関数であるから，これは

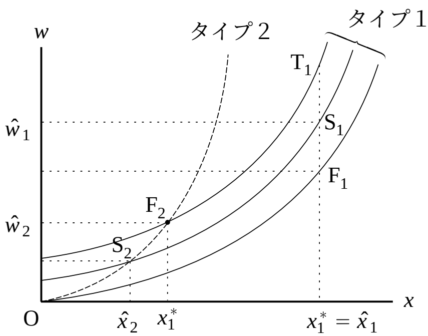
(3.32) $$\hat{x}_2 < x_2^*$$

を意味する。すなわち，次善契約においてタイプ２に要求される生産水準は，最善契約の効率的な水準よりも小さい。(3.30) および (3.32) より，

(3.33) $$\hat{x}_2 < x_2^* < x_1^* = \hat{x}_1$$

**図 3.3** において，次善契約は $S_1$ および $S_2$ の組として示されている。既に見たように，最善契約 $(F_1, F_2)$ はタイプ１のエージェントに対する誘因制約 (IC1) を満たさない。よって，(3.28) の右辺第２項で示される情報レントを，タイプ１のエージェントに与える必要がある。すなわち，$S_1$ を通るタイプ１の無差別曲線は留保効用 $\overline{u}$ を上回る効用水準[8] に対応したものである。また，(3.30) が成立するから，$S_1$ は $F_1$ の上方に位置する。他方，タイプ２の参加制約 (PC2) は等号で成立するから，$S_2$ はタイプ２のエージェントの効用が０（留保効用）である場合の無差別曲線上にある。またタイプ１のエージェントの誘因制約 (IC1) は等号で成立するから，$S_2$ は $S_1$ を通るタイプ１のエージェントの無差別曲線上にもある。(3.32) より，$S_2$ は $F_2$ の左下方に位置する。

**図 3.3**：次善契約




8） ここでは $\overline{u} = 0$ としたので，正の効用水準。

タイプ1の誘因制約 (IC1) を満たす1つの方法は，$T_1$ および $F_2$ の組を提示することである。こうすれば，双方のタイプの生産量を効率的な水準に保つことができる。ところが，これを実現する場合の情報レントはかなり大きくならざるを得ない。もしタイプ1の生産量を小さくして，効率性を犠牲にするならば，タイプ1の誘因制約を満たしながら，情報レントを削減することができる（情報レントと効率性の対立）。タイプ2の生産量を $x_2^*$ から僅かに減少させても，$x_2^*$ が効率的な水準であるために，そこからの損失は2次的な大きさに過ぎないが，それによって情報レントが節約できることの便益は1次的な大きさである。それゆえに，$T_1$ および $F_2$ の組ではなく，$S_1$ および $S_2$ の組を提示することが，プリンシパルにとって最適となるのである。

最後に，エージェントがタイプ1である確率 $p$ が変化する場合の効果を考察しよう。先ず，$p$ が0に近付く状況 ($p \to 0$) を考える。これは，エージェントがタイプ1である可能性が殆どなくなる状況である。この場合には，タイプ1のエージェントに支払われる情報レントの期待損失は0に近い。よって，レントと効率性の対立に照らしていえば，プリンシパルにとってはタイプ2の生産量に関する効率性を専ら追求することが望ましい。実際に，$p = 0$ の場合には，(3.27) より

$$c_2'(\hat{x}_2) = 1$$

となる。よって，

$$\lim_{p \to 0} \hat{x}_2 = x_2^* \tag{3.34}$$

が成立することが分かる。

次に，$p$ が1に近付く状況 ($p \to 1$) を考える。これは，エージェントがタイプ2である可能性が殆どなくなる状況である。この場合には上とは逆に，効率性を犠牲にすることによる期待損失は0に近い。したがって，

プリンシパルにとっては，情報レントを小さくすることを専ら追求することが望ましい。**図 3.3** において確認できるように，情報レントを小さくするためには，$\hat{x}_2$ を小さくすれば良い。実際に，$p$ が大きくなるとき，(3.27) により $c_2'(\hat{x}_2)$ は 0 に近付く。したがって，

$$\lim_{p \to 1} \hat{x}_2 = 0 \tag{3.35}$$

が成立することが分かる。

## 参　照　文　献


Akerlof, G. A., (1970), The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism, *Quarterly Journal of Economics* 89: 488-500.

Bernheim, B. D., and M. D. Whinston (1986), Common Agency, *Econometrica* 54: 923-42.

Dasgupta, P., P. Hammond, and E. Maskin (1979), The Implementation of Social Choice Rules: Some Results on Incentive Compatibility, *Review of Economic Studies* 46: 185-216.

Dye, R., (1986), Optimal Monitoring Policies in Agencies, *Rand Journal of Economics* 17: 339-50.

Fudenberg, D., B. Holmstrom and P. Milgrom (1990), Short-Term Contracts and Long-Term Agency Relationships, *Journal of Economic Theory*: 1-31.

Green, J. R., and N. Stokey (1983), A Comparison of Tournaments and Contests, *Journal of Political Economy* 91: 349-64.

Hart, O., and B. Holmstrom (1987), The Theory of Contracts, in T. F. Bewley ed., *Advances in Economic Theory, Fifth World Congress,* Cambridge University Press.

Holmstrom, B., (1982), Moral Hazard in Teams, *Bell Journal of Economics* 13: 324-40.

Holmstrom, B., and P. Milgrom (1987), Aggregation and linearity in the Provision of Intertemporal Incentives, *Econometrica* 55: 303-28.

Holmstrom, B., and P. Milgrom (1991), Multitask Principal=Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design, *Journal of Law, Economics, and Organization* 7: 24-52.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green (1995), *Microeconomic Theory,* Oxford University Press.

Milgrom, P., (1981), Good News and Bad News: Representation Theorems and Applications, *Bell Journal of Economics* 12: 380-91.

Myerson, R., (1979), Incentive Compatibility and the Bargaining *Problems, Econometrica* 47: 61-74.

Myerson, R., (1982), Optimal Coordination Mechanisms in Generalizes Principal-Agent Problems, *Journal of Mathematical Economics* 10: 67-81.

Nalebuff, B., and J. E. Stiglitz (1983), Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition, *Bell Journal of Economics* 13: 21-43.

Rogerson, W., (1985), Repeated Moral Hazard, *Econometrica* 53: 69-76.

Rothschild, M., and J. E. Stiglitz (1976), Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay in the Economics of Imperfect Information, *Quarterly Journal of Economics* 80: 362-49.

Spence, M., (1973), Job Market Signaling, *Quarterly Journal of Economics* 87: 355-74.

Wolfsetter, E., (1999), *Topics in Microeconomics: Industrial Organization, Auctions, and Incentives,* Cambridge University Press.

小平裕 (2008)，非対称情報と経済行動，成城大学『経済研究』182号。